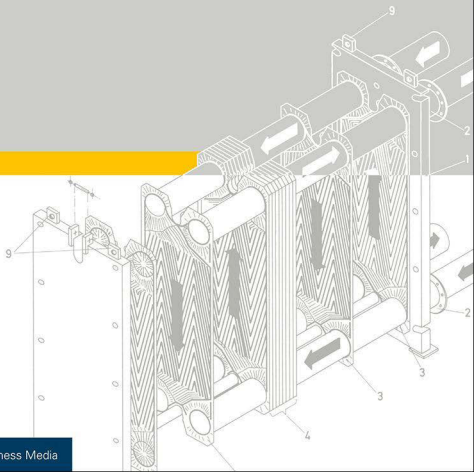


Walter Wagner / HTT (Hrsg.)

WÄRME- AUSTAUSCHER



Walter Wagner

Wärmeaustauscher

Dipl.-Ing. Walter Wagner

Wärmeaustauscher

Grundlagen, Aufbau und Funktion
thermischer Apparate

5., überarbeitete und erweiterte Auflage

Vogel Business Media

Dipl.-Ing. **WALTER WAGNER**

Jahrgang 1941, absolvierte nach einer Lehre als Technischer Zeichner ein Maschinenbaustudium und war 1964 bis 1968 Anlagenplaner im Atomreaktorbau; nach einer Ergänzungsausbildung zum Schweiß-Fachingenieur war er ab 1968 Technischer Leiter im Apparatebau, Kesselbau und in der Wärmetechnik. 1974 bis 1997 bekam Walter Wagner einen Lehrauftrag an der Fachhochschule Heilbronn, von 1982 bis 1984 zusätzlich an der Fachhochschule Mannheim und von 1987 bis 1989 an der Berufsakademie Mosbach. Im Zeitraum 1988 bis 1995 war er Geschäftsführer der Hoch-Temperatur-Technik Vertriebsbüro Süd GmbH. Seit 1992 ist er Leiter der Beratung und Seminare für Anlagentechnik: WTS Wagner-Technik-Service. Walter Wagner ist außerdem Obmann verschiedener DIN-Normen und Sachverständiger für Wärmeträgertechnik, Thermischer Apparatebau und Rohrleitungstechnik.

Dipl.-Ing. **WALTER WAGNER** ist Autor folgender Fachbücher der Kamprath-Reihe:

Festigkeitsberechnungen im
Apparate- und Rohrleitungsbau
Kreispumpen und Kreispumpenanlagen
Lufttechnische Anlagen
Planung im Anlagenbau
Regel- und Sicherheitsarmaturen
Rohrleitungstechnik
Strömung und Druckverlust
Wärmeaustauscher
Wärmeträgertechnik
Wärmeübertragung
Wasser und Wasserdampf im Anlagenbau
DIETZEL/WAGNER: Technische Wärmelehre
HEMMING/WAGNER: Verfahrenstechnik

Zur Themenreihe von Vogel Business Media gehören ebenfalls:

H. J. BULLACK: (CD-ROM)
Berechnung von Druckbehälter-Bauteilen
Berechnung von Sicherheitseinrichtungen
Berechnung von Kunststoffbehältern
Flanschberechnungen nach EN 1591
Berechnung metallischer Rohrleitungsbauteile 1
Berechnung metallischer Rohrleitungsbauteile 2
Pipe Elements/Rohrleitungsbauteile

Print-Ausgabe: ISBN 978-3-8343-3361-2

E-Book: ISBN 978-3-8343-6202-5

5. Auflage. 2015

Alle Rechte, auch der Übersetzung, vorbehalten.
Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form
(Druck, Fotokopie, Mikrofilm oder einem anderen
Verfahren) ohne schriftliche Genehmigung des
Verlages reproduziert oder unter Verwendung
elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt
oder verbreitet werden.

Hiervon sind die in §§ 53, 54 UrhG ausdrücklich
genannten Ausnahmefälle nicht berührt.

Printed in Germany

Copyright 1998 by Vogel Business Media
GmbH & Co. KG, Würzburg

Vorwort

Wärmeaustauscher und thermische Apparate werden in allen Industriebereichen eingesetzt – vom Büro bis zum Kraftwerk – und verdienen aufgrund ständig steigender Energiekosten bei der wirtschaftlichen Wärmeverwertung besondere Beachtung.

Das Buch führt entgegen der physikalischen Bezeichnung «Wärmeübertrager» den Titel «Wärmeaustauscher». Der gewählte Ausdruck ist eine allgemeine Bezeichnung gewohnter Art, die auch in EN-Normen verwendet wird und der englischsprachigen Kennzeichnung «Heat-Exchanger» entspricht. Die Ausführungen dienen in der Praxis tätigen Fachleuten im Anlagen-, Apparate- und Wärmeaustauscherbau ebenso wie Studierenden an Technikerschulen, Universitäten und Fachhochschulen der Fachrichtungen Maschinenbau, Verfahrenstechnik, Elektrotechnik und Kraftwerkstechnik.

Der Inhalt vermittelt die Anwendung von Gesetzmäßigkeiten der Wärmeübertragung für die Auslegung von Wärmeaustauschern und deren Konstruktion. Neben Grundkenntnissen der Mathematik, Strömungs- und Wärmelehre sind keine besonderen Grundlagen für das Verständnis der aufgeführten Themen erforderlich. Mit den angebotenen Gleichungen kann der Anwender die in Studium und Beruf auftretenden Probleme bei der Auslegung von Wärmeaustauschern lösen.

Mein Dank gilt den Herren Prof. Dr. H. Martin (Universität Karlsruhe) und Prof. Dr. E. Obermeier (Universität Siegen) für die Vorträge bei WTS-Seminaren vor Praktikern aus dem Anlagen-, Apparate- und Wärmeaustauscherbau. Ihre Ausführungen wurden im Buch berücksichtigt.

Resonanz zum Buch ist stets willkommen, weil eine lebendige Wissensvermittlung Praxis und Lehrbetrieb immer wieder neu motivieren und inspirieren kann. Den schnellsten Kontakt erfüllt eine E-Mail an: wagner@wts-online.de.

Der Vogel Business Media danke ich für die gewohnt hervorragende Zusammenarbeit.

St. Leon-Rot

Walter Wagner

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	5
1 Einführung	11
1.1 Wärmeaustauscher	11
1.2 Trennwand-Wärmeaustauscher (Rekuperator)	11
1.3 Speicher-Wärmeaustauscher (Regenerator)	11
1.4 Stromführung	11
1.5 Größen zur Kennzeichnung von Wärmeaustauschern	11
1.6 Wärmeübertragung	12
1.7 Druckabfall	14
1.8 Grundlagen der wärmetechnischen Auslegung	15
2 Wärmebilanzen	17
2.1 Enthalpie	17
2.2 Gebrauchsgleichungen zur Bestimmung der Wärmeleistung	20
3 Kennzahlen	23
3.1 Erzwungene Strömung	23
3.2 Freie Strömung	24
3.3 Auftriebsströmung von Gasen	24
4 Wärmeübertragung, Wärmeaustausch	25
4.1 Wärmeleitung	25
4.2 Konvektion	26
4.2.1 Nußelt-Zahlen für die wichtigsten Anwendungen	27
4.3 Kondensation	30
4.4 Verdampfung	31
4.5 Wärmestrahlung	32
4.6 Wärmedurchgangskoeffizient	34
4.6.1 Ebene Wand	34
4.6.2 Rohr	34
4.7 Mittlere Temperaturdifferenz	41
4.7.1 Gegen- und Gleichstrom	43
4.7.2 Kreuzstrom	43
4.7.3 Kreuzgegenstrom	44
4.7.4 Mittlere Temperaturdifferenz in Wärmeaustauschern	44
4.7.4.1 Gegen- und Gleichstrom	44
5 Projektierungsgleichungen für den Wärmeübergang	53
5.1 Strömungsformen	54
5.2 Basisgleichungen für den konvektiven Wärmeübergang bei laminarer Strömung	55
5.2.1 Plattenströmung	55
5.2.2 Rohrrinnenströmung	55
5.2.2.1 Hydrodynamisch ausgebildete Strömung	55
5.2.2.2 Hydrodynamische Anlaufströmung	56
5.2.2.3 Einlaufstrecke bei laminarer Rohrströmung	56
5.3 Basisgleichungen für den konvektiven Wärmeübergang bei turbulenter Strömung	56
5.3.1 Überströmte Platte	56
5.3.2 Durchströmte glatte Rohre	57
5.3.3 Näherungsgleichungen	57
5.4 Basisgleichungen für den konvektiven Wärmeübergang bei quer angeströmten Rohren	59
5.5 Konvektiver Wärmeübergang in Rohrwendeln	60

5.6	Konvektiver Wärmeübergang mit Eigenkonvektion	61
5.6.1	Durchströmte waagrechte Rohre	61
5.6.2	Durchströmte senkrechte Rohre	61
5.6.3	Umströmte Körper	62
5.6.4	Freie Strömung	63
5.7	Anwendungsgleichungen und -diagramme für den konvektiven Wärmeübergang	63
5.7.1	Bereiche der Pr -Zahl in der Praxis	63
5.7.2	Gelöste Gleichungen	64
5.7.2.1	Umströmte Körper	65
5.7.2.2	Durchströmte Körper	65
5.7.3	Anwendungsgleichungen für die Praxis	65
5.7.3.1	Umströmte Körper	67
5.7.3.2	Durchströmte Körper	67
5.7.4	Weitere Vereinfachungen	68
5.7.4.1	Umströmte Körper	68
5.7.4.2	Durchströmte Körper	69
5.7.5	Rippenrohre	71
5.7.5.1	Wärmeübergangskoeffizient der Außenströmung	71
5.7.5.2	Scheinbarer Wärmeübergangskoeffizient am Rippenfuß	71
5.7.5.3	Näherungsgleichung	75
5.8	Berechnung quer angeströmter Rohrbündel-Wärmeaustauscher	77
5.8.1	Wärmeübergang α_a	77
5.8.2	Rohrbündel mit Umlenkblechen	78
5.8.2.1	Geometriefaktor f_G	78
5.8.2.2	Leckströmfaktor f_L	79
5.8.2.3	Bypassströmung f_B	79
6	Strömungstechnische Auslegung	83
6.1	Allgemeine Grundlagen	83
6.1.1	Durchströmte Systeme	83
6.1.2	Umströmte Rohrbündel	83
6.2	Druckverlust im Außenraum von Rohrbündel-Wärmeaustauschern	84
6.2.1	Wärmeaustauscher ohne Einbauten	84
6.2.2	Wärmeaustauscher mit Einbauten	85
6.2.2.1	Druckverlust im Mantelraum mit Umlenkblechen	86
6.2.2.2	Druckverlust im Mantelraum mit Kreisscheiben und -ringen	87
7	Schwingungstechnische Berechnungen	89
7.1	Einleitung	89
7.2	Erregungsmechanismen	89
7.2.1	Wirbelerregung	89
7.2.2	Turbulenzregung (Buffeting)	93
7.2.3	Fluidelastisches Verhalten	95
7.2.3.1	Fluidelastische Instabilität	95
7.2.3.2	Dämpfung	96
7.2.3.3	Darstellung der kritischen Geschwindigkeiten	97
7.2.4	Akustische Schwingungen	97
7.3	Eigenfrequenzen von Wärmeaustauscherrohren	101
7.4	Resonanz	104
7.5	Abhilfemaßnahmen	105
7.6	Anwendungsgleichungen und Projektierungsdiagramm	105

8	Bauformen	111
8.1	Allgemeines	111
8.1.1	Anhaltswerte für die Auslegung von Wärmeaustauschern	112
8.2	Rohrbündel-Wärmeaustauscher	117
8.3	Doppelrohr-Wärmeaustauscher	136
8.4	Rippenrohr-Wärmeaustauscher	137
8.5	Kondensatoren	141
8.6	Verdampfer	143
8.6.1	Dampferzeuger	144
8.6.1.1	Indirekt beheizte Dampferzeuger	144
8.6.1.2	Befeuerte Dampferzeuger	144
8.6.2	Eindampfapparate	178
8.7	Spiralband-Wärmeaustauscher	180
8.8	Platten-Wärmeaustauscher	181
8.9	Sonderbauformen	183
8.9.1	Rührwerksbehälter	183
8.9.2	Glasrohr-Wärmeaustauscher	183
8.9.3	Grafit-Wärmeaustauscher	186
9	Konstruktions- und Fertigungsrichtlinien	199
10	Betriebscharakteristik von Wärmeaustauschern	201
10.1	Gleich- und Gegenstrom-Wärmeaustauscher	201
10.2	<i>NTU</i> -Methode für alle Bauarten	202
10.2.1	Definitionen	202
10.2.2	Beispiele für ε - <i>NTU</i> -Beziehungen	205
10.2.3	ε - ψ -Methode (Apparate mit Phasenänderung)	207
10.3	Zellenmodell	218
10.4	Kaskadenschaltungen	220
10.4.1	Herleitung von ε -Beziehungen	220
10.5	Instationäre Behälteraufheizung	222
10.5.1	Konstante Temperatur des Heiz-/Kühlmediums	222
10.5.2	Veränderliche Temperatur des Heiz-/Kühlmediums	223
10.5.3	Anordnung mit separatem Wärmeübertrager	224
10.6	Doppelrohrapparat als Einbauwärmeübertrager	225
10.7	Phasenänderung mit Überhitzung und Unterkühlung	229
11	Gewährleistung	239
11.1	Allgemeines	239
11.2	Gültigkeit	239
11.3	Auslegung und Spezifikation	239
12	Kostenschätzung für Rohrbündel-Wärmeaustauscher	243
13	Tabellarische Zusammenfassung von Bestimmungsgleichungen für die Wärmetauscher-Auslegung	249
13.1	Wärmeleistung von Wärmeaustauschern	249
13.2	Austauschfläche von Wärmeaustauschern	249
13.3	Wärmestrom in Wärmeaustauschern	249
13.4	Auslegung von Wärmeaustauschern	250
13.5	Nachrechnung von Wärmeaustauschern	250
13.5.1	ε - <i>NTU</i> für verschiedene Strömungsführungen	251
13.6	Erläuterung zur Übertragungszahl <i>NTU</i> und dem Thermischen Wirkungsgrad ε	252
13.7	Wärmestrom durch ebene Wände	253
13.8	Wärmedurchgang	253
13.9	Wärmeübertragung im Rohr	253
13.10	Wärmestromdichten und Temperaturverteilung	254

13.11 Rippenrohr-Wärmeaustauscher	255
13.12 Wärmeübergang bei quer angeströmtem Rohr und am Rohrbündel	257
13.13 Wärmeübergang bei quer angeströmten Rohren mit Längsteilung	258
13.14 Rohrschwingungsamplitude und Eigenfrequenzen von Rohren	259
13.15 Kritische Fluidgeschwindigkeiten	260
13.16 Akustische Resonanz	261
13.17 Wärmeübergang im rauen Rohr	261
13.18 Wärmeübergang in Rohrwendeln	262
13.19 Wärmeübergang in konzentrischen Ringspalten	263
13.20 Wärmeübergang an Längsrippenrohren	264
13.21 Naturkonvektion am horizontalen Rohr	265
13.22 Naturkonvektion am horizontalen Rippenrohr	265
13.23 Kondensation um horizontale Rohre	266
13.24 Kondensation in horizontalen Rohren	266
13.25 Kondensation an horizontalen Rippenrohren	267
13.26 Verdampfung um Einzelrohre	268
13.27 Verdampfungsbereiche im Mantelraum von Rohrbündel-Wärmeaustauschern	270
13.28 Verdampfung in horizontalen Rohren	270
13.29 Strahlung von Rohren (Graue Strahler)	273
Anhang A1 Bilder von Wärmeaustauschern	277
A2 Anwendungsbeispiele für Wärmeaustauscher	305
Bedeutung der wichtigsten Formelzeichen	313
Literaturverzeichnis	319
Stichwortverzeichnis	321

1 Einführung

Grundbegriffe

1.1 Wärmeaustauscher¹

Wärmeaustauscher sind Einrichtungen, wo wärmere Stoffe einen Teil ihrer Wärme abgeben, die von kälteren Stoffen aufgenommen wird.

Zur Übertragung von Wärme zwischen verschiedenen Medien existieren eine enorme Anzahl von Prinzipien und Apparaten. Zur ersten Grobunterteilung unterscheidet man:

- Apparate mit zeitlich versetzter Durchströmung, sog. Regeneratoren,
- Apparate, stationär betrieben, Fluide physikalisch/mechanisch getrennt, Rekuperatoren,
- Apparate mit direktem Wärmeaustausch zwischen den beteiligten Fluiden.

Diese Apparate sind relativ selten im technischen Einsatz und werden hier nicht weiter behandelt.

Einteilung der Wärmeaustauscher
s. a. DIN EN 247.

1.2 Trennwand-Wärmeaustauscher (Rekuperator)

Die strömenden Stoffe werden in räumlich getrennten Bahnen geführt; dabei wird die Wärme durch Trennwände übertragen. Wesentliche Teile eines Trennwand-Wärmeaustauschers sind:

- Trennwände mit Wärmeaustauschflächen z.B. von Rohren, Rippenrohren, Platten, Rippenplatten usw.,
- Ein- und Austrittsöffnungen für die Stoffströme, erforderlichenfalls Gehäuse, Umlenk-, Entlüftungs-, Entleerungs- und Reinigungseinrichtungen.

1.3 Speicher-Wärmeaustauscher (Regenerator)

Der wärmere Stoff gibt Wärme an eine Speicher­masse ab; von dieser wird später der kältere Stoff erwärmt. Die Wärme wird also zeitlich getrennt und mittelbar übertragen. Dabei kann die Speicher­masse feststehen, und die Stoffströme werden abwechselnd durch sie hindurchgeleitet, oder die Stoffströme werden in getrennten Bahnen geführt und die Speicher­masse durch die Massenströme bewegt.

Wesentliche Teile sind:

- Speicher­masse z. B. keramische Füllkörper, metallische Platten, Drahtgewebe, Schraubenfedern usw.,
- Ein- und Austrittsöffnungen für die Stoffströme,
- erforderlichenfalls Gehäuse, Strömungskanäle, Umschalteinrichtungen, Antriebe, Schleusen, Reinigungseinrichtungen.

1.4 Stromführung

Die Stromführung bezeichnet den gegenseitigen Lauf der Massenströme im Wärmeaustauscher; man unterscheidet die Hauptstromarten Gleichstrom, Kreuzstrom und Gegenstrom. Durch Kombinationen oder Kopplungen können Zwischenformen auftreten, (z. B. Kreuzgegenstrom).

1.5 Größen zur Kennzeichnung von Wärmeaustauschern

Dies sind:

- Die Massenströme \dot{M} als die durchgesetzten Massen je Zeiteinheit,
- Wärmekapazitätsstrom \dot{W} eines Massenstromes als Produkt des Massenstromes \dot{M} und seiner spezifischen Wärmekapazität c_p ,

¹ Anstelle von Wärmeaustauscher (heat exchanger) wäre es physikalisch richtiger, den Ausdruck Wärmeübertrager (heat transmitter) zu verwenden, da es sich hierbei um einen Vorgang nur in einer Richtung handelt. Da jedoch in den neuesten EN-Normen der Ausdruck Wärmeaustauscher und Heat Exchanger verwendet wird, soll dieser Ausdruck auch im Buch Anwendung finden.

- die Eintrittstemperaturen ϑ'_1 und ϑ'_2 sowie die Austrittstemperatur ϑ''_1 und ϑ''_2 des wärmeren (Primärseite) bzw. kälteren (Sekundärseite) Massenstromes,
- die Abkühlung ($\vartheta'_1 - \vartheta''_1$) des wärmeren Massenstromes sowie die Aufwärmung ($\vartheta''_2 - \vartheta'_2$) des kälteren Massenstromes,
- der Eintritts-Temperaturabstand ($\vartheta'_1 - \vartheta'_2$) als größter Temperaturabstand zwischen den Massenströmen,
- die Mitteltemperatur ϑ_m als arithmetisches Mittel der Ein- und Austrittstemperaturen der Massenströme zur Bestimmung der Stoffkenngrößen wie Dichte, spezifische Wärmekapazität, Wärmeleitfähigkeit, Viskosität,
- die Betriebsdrücke p der Massenströme zur Bestimmung der Stoffkenngrößen,
- der Druckabfall Δp eines Massenstromes als Unterschied der statischen Drücke zwischen Ein- und Austritt des Wärmeaustauschers.

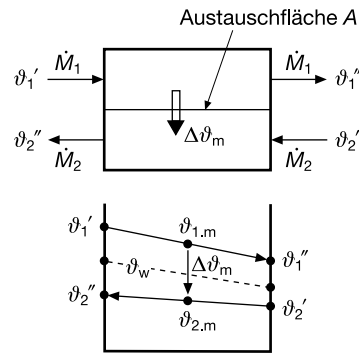


Bild 1.1 Grunddaten eines Wärmeaustauschers (Schaltung: Gegenstrom)

1.6 Wärmeübertragung

Der Wärmeaustauscher kann Wärme durch Konvektion, Leitung und Strahlung zwischen Massenströmen übertragen. Im Speicher-Wärmeaustauscher (Regenerator) wird im Gegensatz zum Trennwand-Wärmeaustauscher (Rekuperator) übertragene Wärme zusätzlich durch Umschaltzeiten bei feststehender Speichermasse oder durch ihre Wärmekapazität bei bewegter Speichermasse beeinflusst.

Im Allgemeinen besteht die Aufgabe darin, ein Fluid 1, dessen Massenstrom \dot{M}_1 beträgt, von der Temperatur ϑ'_1 auf die Temperatur ϑ''_1 abzukühlen, wobei sich gleichzeitig das Fluid 2, dessen Massenstrom \dot{M}_2 beträgt, von der Temperatur ϑ'_2 auf die Temperatur ϑ''_2 erwärmt (Bild 1.1).

$$\dot{Q}_1 = \dot{M}_1 \cdot c_1 \cdot (\vartheta'_1 - \vartheta''_1) + \dot{Q}_{\text{verl}} \quad (\text{Gl. 1.1})$$

Die Verlustleistung wird in dieser Übersichtsdarstellung vernachlässigt, und man erhält dann:

$$\dot{Q}_2 = \dot{M}_2 \cdot c_2 \cdot (\vartheta''_2 - \vartheta'_2) \quad (\text{Gl. 1.2})$$

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = \dot{Q} \quad (\text{Gl. 1.3})$$

Die Aufgabenstellung fordert, den Wärmeaustauscher so zu dimensionieren, dass die Wärmeleistung übertragen wird.

Die Wärmeleistung \dot{Q} lässt sich über die Fläche A darstellen durch das Produkt aus Wärmedurchgangskoeffizient k , dazugehörige Wärmeaustauschfläche A und einem wirksamen Temperaturabstand $\Delta\vartheta_m$ als

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \Delta\vartheta_m \quad (\text{Gl. 1.4})$$

Rechnerisch und konstruktiv kann man aus der Grundgleichung für Wärmeaustauscher die Austauschfläche bestimmen:

$$A = \frac{\dot{Q}}{k \cdot \Delta\vartheta_m} \quad (\text{Gl. 1.5})$$

Als Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta_m$ zwischen den beiden Fluiden kann man in 1. Näherung die Temperaturdifferenz der Mitteltemperatur der beiden Fluide annehmen:

$$\Delta\vartheta_m \approx \vartheta_{1,m} - \vartheta_{2,m} \quad (\text{Gl. 1.6})$$

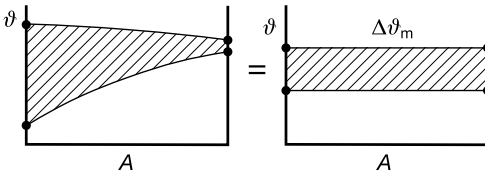


Bild 1.2 Mittlere Temperaturdifferenz zwischen den Fluiden 1 und 2

Die mittlere Temperaturdifferenz kann auch anschaulich über die Flächen in Bild 1.2 dargestellt werden. Die beiden schraffierten Flächen müssen gleich groß sein. Die verbleibende Größe ist der Wärmedurchgangskoeffizient k . Dieser ist abhängig von den Stoffdaten der Fluide, den Strömungsgeschwindigkeiten und der Bauweise des Wärmeaustauschers. Die Bauweise muss so beschaffen sein, dass die Fluidströme bei vorgegebenem Druckabfall die gewünschten Temperaturen erreichen. Zusätzlich sind zu beachten:

- Verschmutzung (Fouling),
- Festigkeit,
- Korrosion / Werkstoffe,
- Schwingungen,
- Wärme- und Kälteschutz,
- Aufstellung.

Die Wärmeaustauscherfläche A ist die von den Massenströmen berührte Oberfläche. Der Wärmedurchgangskoeffizient k gibt die in der Zeiteinheit übertragbare Wärme eines Quadratmeters dieser Wärmeaustauschfläche je Grad wirksamen Temperaturabstandes zwischen beiden Massenströmen an; sie fasst die Einflüsse von Konvektion, Leitung und Strahlung auf beiden Massenstromseiten und in der Wärmeaustauschfläche zusammen; beim Speicher-Wärmeaustauscher gilt sie für bestimmte Umschaltzeiten oder für eine bestimmte Wärmekapazität der bewegten Speichermasse. Der wirksame Temperaturabstand $\Delta\vartheta_m$ ist von der Anordnung der Wärmeaustauschflächen und der Zuordnung der Massenströme (Stromart) abhängig. Er erreicht seinen Größtwert bei reinem Gegenstrom, konstanten Wärmedurchgangskoeffizienten und Wärmekapazitäten der Massenströme:

$$\Delta\vartheta_m = \frac{(\vartheta'_1 - \vartheta'_2) - (\vartheta''_1 - \vartheta''_2)}{\ln \frac{\vartheta'_1 - \vartheta'_2}{\vartheta''_1 - \vartheta''_2}} = LMTD \quad (\text{Gl. 1.7})$$

Diese Gleichung gilt auch für den mittleren wirksamen Temperaturabstand bei Gleichstrom.

Bei von Gegen- oder Gleichstrom abweichender Stromart muss ein Korrekturfaktor F berücksichtigt werden:

$$\Delta\vartheta_m = LMTD \cdot F \quad (\text{Gl. 1.8})$$

Bei gleichen Temperaturdifferenzen zwischen den Fluiden 1 und 2 gilt bei Gleich- und Gegenstrom:

$$\vartheta'_1 - \vartheta'_2 = \vartheta''_1 - \vartheta''_2 = \Delta\vartheta_m \quad (\text{Gl. 1.9})$$

Ein Wärmeaustauscher besteht i.Allg. aus vielen gleichartigen Elementen. Die Frage ist nun: Wie viele derartige ΔA muss man hintereinander schalten, um z.B. eine vorgegebene Temperaturabsenkung zu erreichen?

Mit der Grundgleichung Gl. 1.5 ergibt sich das erforderliche Wärmeaustauscher-Flächenelement:

$$\Delta A_x = \frac{\dot{M}_1 \cdot c_1 \cdot \Delta\vartheta_{1,x}}{k \cdot \Delta\vartheta_{m,x}} = \frac{\dot{M}_1 \cdot c_1}{k} \cdot \left(\frac{\Delta\vartheta_1}{\Delta\vartheta_m} \right)_x \quad (\text{Gl. 1.10})$$

Die Fluidgröße \dot{M}_1 und c_1 sowie die Konstruktions- und Fluidgröße k können üblicherweise als konstant angenommen werden. Die an einem Element ΔA_x des Wärmeaustauschers erzielte bezogene Temperaturänderung ist dann (Bild 1.3):

$$\left(\frac{\Delta\vartheta_1}{\Delta\vartheta_m} \right)_x = \frac{\Delta A_x \cdot k}{\dot{M}_1 \cdot c_1} \quad (\text{Gl. 1.11})$$

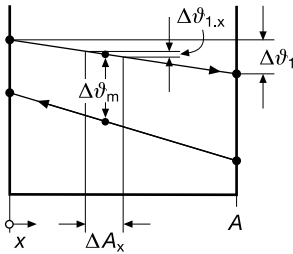


Bild 1.3 Darstellung der Übertragungseinheiten

Diese Größe bestimmt, wie viele Elemente man hintereinander schalten muss (Bild 1.3). Man bezeichnet daher die «Anzahl» der bezogenen Temperaturdifferenzen, die notwendig sind, um das Fluid 1 um den Betrag $\Delta\vartheta_1$ abzukühlen, auch als «Anzahl» der Übertragungseinheiten NTU_1 .

Nach DIN EN 305 wird diese Übertragungszahl auch als thermisch wirksame Länge bezeichnet:

$$NTU_1 \equiv \frac{A \cdot k}{\dot{M}_1 \cdot c_1} = \frac{\Delta\vartheta_1}{\Delta\vartheta_m} \quad (\text{Gl. 1.12})$$

Ist die mittlere Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta_m$ zwischen den Fluiden 1 und 2 klein gegenüber der Temperaturdifferenz des Fluids, erhält man eine große NTU -Zahl. Bei NTU -Zahlen bis ca. $NTU \leq 0,5$ hat die Strömungsführung – Gegenstrom, Kreuzstrom und Gleichstrom – keinen wesentlichen Einfluss auf die Größe der Wärmeaustauscherfläche A . Bei NTU -Zahlen über 0,5, ist die Strömungsführung zu beachten (s.a. Bilder 10.4 bis 10.13).

Eine Strömungsführung im Gegenstrom gestattet es, den Temperaturunterschied ϑ_1' und ϑ_2'' der in den Wärmeaustauscher eintretenden Fluide am besten «auszunutzen».

Das kalte Fluid 2 kann dabei auf eine Temperatur ϑ_2'' erwärmt werden, die über der Austrittstemperatur ϑ_1'' des heißen Fluids 1 liegt (Bild 1.4). Bei Gleichstrom ist dies nicht möglich.

Von wesentlicher Bedeutung für die erforderliche Größe der Fläche A ist der Wärmedurchgangskoeffizient k als weitere Größe.

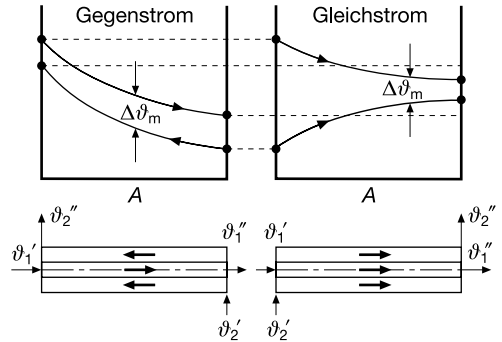


Bild 1.4 Temperaturverläufe bei Gegenstrom und Gleichstrom in einem Doppelrohr

1.7 Druckabfall

Der Druckabfall ist die Differenz der Gesamtdrücke.

Jeder Massenstrom in einem Wärmeaustauscher verliert mechanische Energie durch Reibung an den Wärmeaustausch- oder Begrenzungsflächen und durch innere Reibung infolge Geschwindigkeitsänderungen der Größe und Richtung nach.

Dieser Energieverlust lässt sich aus den energetischen Zustandsgrößen (statischer Druck, Temperatur, Dichte und Geschwindigkeit) des betreffenden Massenstromes am Eintritt und Austritt des Wärmeaustauschers bestimmen. Er wird allgemein dargestellt als Unterschied der statischen Drücke, Δp (Druckabfall) in Abhängigkeit vom Massenstrom \dot{M} mit Ein- und Austrittstemperaturen (oder einer mittleren repräsentativen Temperatur und den Dichten) als Parameter; ein statischer Druck des Massenstromes sowie das Verhältnis der als Druckmessort gekennzeichneten Strömungsquerschnitte an Ein- und Austritt sollten angegeben sein.

Der Energieverbrauch eines Wärmeaustauschers ist für jede Strömungsart nach Gleichung 1.13 zu berechnen.

$$P_M = \frac{\dot{M}}{\rho} \cdot \Delta p \quad (\text{Gl. 1.13})$$

1.8 Grundlagen der wärmetechnischen Auslegung

Die allgemeine Definition für den Wärmedurchgangskoeffizienten lautet (normaler Wärmedurchgang mit konstanten Temperaturen auf beiden Seiten der Wand):

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \Delta\vartheta \quad (\text{Gl. 1.14})$$

$$\frac{1}{k \cdot A} = \frac{1}{\alpha_1 \cdot A_1} + R_{w, \text{ges}} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot A_2} \quad (\text{Gl. 1.15})$$

mit:

$$R_{w, \text{ges}} = \sum_i \frac{s_i}{\lambda \cdot A_{mi}} \quad (\text{Gl. 1.16})$$

In Gl. 1.15 ist A_1 die wärmeaustauschende Fläche mit dem Wärmeübergangskoeffizienten α_1 , analoge Beziehungen gelten für die Seite 2. $R_{w, \text{ges}}$ kennzeichnet den Wärmeleitwiderstand der Wand (Bild 1.5). Üblicherweise sind in R_w auch die sog. Verschmutzungswiderstände enthalten. Hier wird berücksichtigt, dass die Übertragungsfläche durch chemische oder biologische Ablagerungen verschmutzt sein kann. Hierdurch kann der Wärmeleitwiderstand der Wand beträchtlich erhöht werden. Auf die Verschmutzungswiderstände wird später noch eingegangen.

Aus Gl. 1.14 und Gl. 1.15 erkennt man, dass der Wärmeübergangswiderstand mit dem Produkt $\alpha \cdot A$ gebildet wird. Wenn die k -Werte bei Gasen klein sind, kann der Wärmewiderstand R_g auch durch Änderung der wärmeübertragenden Fläche A verändert werden. Dies bedeutet den Einsatz von z. B. berippten Oberflächen.

In Gl. 1.15 ist somit zu berücksichtigen, dass die Oberflächen berippt sein können. Hier ist dann genau zu beachten, wie der Wärmeübergangskoeffizient definiert ist, er hängt von der Definition der wärmeübertragenden Oberfläche ab. (Bei einer berippten Rohroberfläche kann man einmal die Glattrohroberfläche ohne Rippen oder die Gesamtoberfläche inklusive der Rippen als Bezugsfläche benutzen.

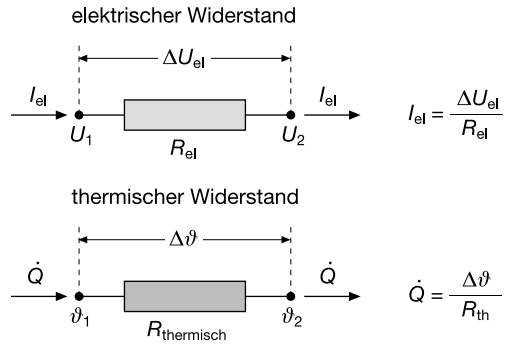


Bild 1.5 Analogie zwischen elektrischem Strom und Wärmestrom

zen. Der Wärmeübergangskoeffizient ist definiert durch $\alpha = \dot{Q}/(A \cdot \Delta\vartheta)$. Üblich ist bei berippten Flächen die Wahl der Gesamtoberfläche als Bezugsfläche.) Die Gesamtoberfläche A setzt sich aus der berippten Fläche A_{Ripp} und der unberippten Fläche A_0 zusammen.

$$A = A_0 + A_{Ripp} \quad (\text{Gl. 1.17})$$

Wenn der Wärmestrom bzw. der Wärmeübergangskoeffizient definiert wird durch:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A \cdot \Delta\vartheta \quad \text{bzw.} \quad \alpha \equiv \frac{\dot{Q}}{A \cdot \Delta\vartheta} \quad (\text{Gl. 1.18})$$

folgt:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A_0 \cdot \Delta\vartheta + \alpha \cdot A_{Ripp} \cdot \eta_{Ripp} \cdot \Delta\vartheta \quad (\text{Gl. 1.19})$$

In Gl. 1.19 ist η_{Ripp} der Rippenwirkungsgrad einer Einzelrippe.

Mit Gl. 1.16 folgt aus Gl. 1.19:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \alpha \cdot \left[(A - A_F) + \eta_{Ripp} \cdot A_{Ripp} \right] \Delta\vartheta \\ &= \alpha \cdot A \left[1 - \frac{A_{Ripp}}{A} (1 - \eta_{Ripp}) \right] \Delta\vartheta \quad (\text{Gl. 1.20}) \end{aligned}$$

Weiterhin sind die Verschmutzungsfaktoren mit einzubeziehen.

$$R_{s1} \equiv \frac{s_{s1}}{\lambda_{s1}}; \quad R_{s2} \equiv \frac{s_{s2}}{\lambda_{s2}} \quad (\text{Gl. 1.21})$$

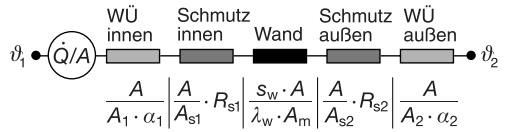


Bild 1.6 Widerstandsnetzwerk, einfache Wand

Zur Berechnung der Verschmutzungswiderstände muss nach Gl. 1.21 die Dicke der Schmutzschicht sowie deren Wärmeleitfähigkeit bekannt sein.

Für eine Reihe von Fluiden liegen bei bestimmten Betriebsbedingungen Erfahrungswerte vor. Diese können zumindest als Anhaltswerte verwendet werden. Einige Werte sind in Abschnitt 4.6 zusammengestellt.

Aus Gl. 1.14 und Gl. 1.19 ergeben sich für eine einfache Wand (1 Schicht) aber mit Verschmutzung folgende Beziehungen:

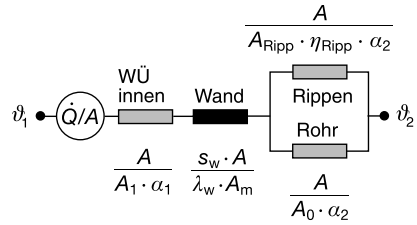


Bild 1.7 Widerstandsnetzwerk, Außenfläche mit Rippen

Wand ohne Rippen:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\Delta\vartheta}{\frac{A}{A_1 \cdot \alpha_1} + \frac{A}{A_{s1}} \cdot R_{s1} + \frac{A}{A_m} \cdot \frac{s_w}{\lambda_w} + \frac{A}{A_{s2}} \cdot R_{s2} + \frac{A}{A_2 \cdot \alpha_2}} \quad (\text{Gl. 1.22})$$

Das zugehörige Widerstandsnetzwerk ist in Bild 1.6 dargestellt.

Wand mit Rippen auf der Außenseite,

ohne Verschmutzung, siehe Bild 1.7:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\Delta\vartheta}{\frac{A}{A_1 \cdot \alpha_1} + \frac{A}{A_m} \cdot \frac{s_w}{\lambda_w} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot \frac{A_0}{A} + \alpha_2 \cdot \eta_{\text{Ripp}} \cdot \frac{A_{\text{Ripp}}}{A}}} \quad (\text{Gl. 1.23})$$

2 Wärmebilanzen

Eine Energiebilanz stellt die Gesamtenergiezufuhr und die Gesamtenergieabgabe eines Wärmeaustauschers dar. In dieser Energiebilanz sollte die von der Primärseite entzogene Enthalpie der Enthalpie auf der Sekundärseite entsprechen.

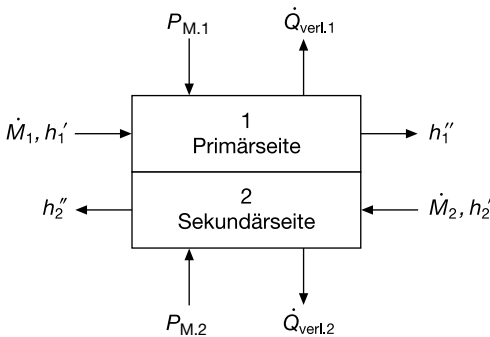
Im Allgemeinen ist die zugehörige Energie (mechanische oder elektrische), z. B. Pumpen oder Ventilatoren sowie der Wärmeaustausch zwischen dem Wärmeaustauscher und seiner Umgebung (Verlust oder Gewinn), zu berücksichtigen. Gemäß Bild 2.1 erhält man:

$$\begin{aligned} \dot{M}_1 \cdot \Delta h_1 + P_{M,1} - \dot{Q}_{\text{verl},1} \\ = \dot{M}_2 \cdot \Delta h_2 + P_{M,2} - \dot{Q}_{\text{verl},2} \end{aligned} \quad (\text{Gl. 2.1})$$

2.1 Enthalpie

Die Enthalpie H eines Körpers wird durch Zufuhr von Wärme und durch Zufuhr von Arbeit geändert (1. Hauptsatz der Thermodynamik).

Am Beispiel eines flüssigkeitsbeaufschlagten und ideal durchmischten Rührapparats



$$\Delta h_1 = h_1' - h_1''$$

$$\Delta h_2 = h_2'' - h_2'$$

Bild 2.1

Energiebilanz an einem Wärmeaustauscher

(Bild 2.2) soll dies durchgerechnet werden, wobei keine Änderungen der Aggregatzustände auftreten sollen.

Der Rührkessel hat den Flüssigkeitsinhalt V_J mit der Temperatur ϑ . In den Apparat wird ein Volumenstrom \dot{V}_E mit der Temperatur ϑ_E eingespeist und mit ϑ_A wieder abgezogen. Durch die Heizschlange wird der Wärmestrom \dot{Q}_H und durch den Rührwerksmotor die Rührleistung \dot{W} zugeführt. Der Wärmeverlust sei \dot{Q}_V . Die Stahlteile haben die Masse M_S und in guter Näherung die Temperatur des Inhalts ϑ .

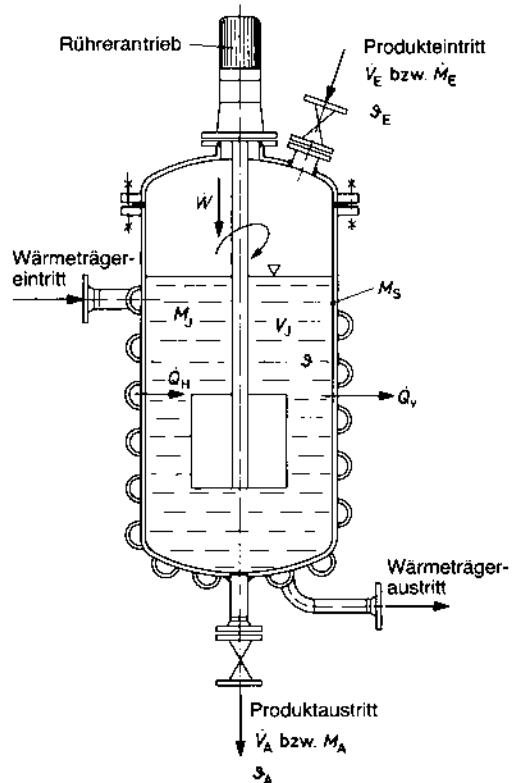


Bild 2.2 Rührkessel

Enthalpie des Flüssigkeitsinhalts:

$$H_J = M_J \cdot c_J \cdot \vartheta \quad (\text{Gl. 2.2})$$

Enthalpie der Stahlteile:

$$H_S = M_S \cdot c_S \cdot \vartheta \quad (\text{Gl. 2.3})$$

Man berechnet die Enthalpieströme $\dot{H} = dH/dt$ am Ein- und Austritt des Apparats:

□ Eintrittsenthalpiestrom

$$\dot{H}_E = \dot{M}_E \cdot c_E \cdot \vartheta_E = \dot{V}_E \cdot \rho_E \cdot c_E \cdot \vartheta_E \quad (\text{Gl. 2.4})$$

□ Austrittsenthalpiestrom

$$\dot{H}_A = \dot{M}_A \cdot c_A \cdot \vartheta_A = \dot{V}_A \cdot \rho_A \cdot c_A \cdot \vartheta_A \quad (\text{Gl. 2.5})$$

Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik lautet nun mit der Energiebilanz:

Zugeführte Enthalpie = abgeführte Enthalpie

$$\dot{Q}_H + \dot{W} + \dot{H}_E = \dot{H}_A + \frac{dH_I}{dt} + \frac{dH_S}{dt} + \dot{Q}_V \quad (\text{Gl. 2.6})$$

Die praktische Berechnung lautet:

$$\dot{Q}_H + \dot{W} = \dot{H}_A - \dot{H}_E + \frac{dH_I}{dt} + \frac{dH_S}{dt} + \dot{Q}_V \quad (\text{Gl. 2.7})$$

Benennungen:

$$\dot{H}_A - \dot{H}_E = \Delta \dot{H}_{A,E}$$

nennt man die **konvektive** Enthalpieänderung.

$$\frac{dH_I}{dt} + \frac{dH_S}{dt} = M_I \cdot c_I \cdot \frac{d\vartheta}{dt} + M_S \cdot c_S \cdot \frac{d\vartheta}{dt}$$

oder

$$\frac{dH}{dt} = (M_I \cdot c_I + M_S \cdot c_S) \cdot \frac{d\vartheta}{dt}$$

nennt man die **lokale** Enthalpieänderung mit:

\dot{Q}_V Verlustleistung,
 \dot{W} Anteil der Rührwerksleistung, die
 in Wärme umgesetzt wird.

Grenzbetrachtungen

□ Stationärer Betriebszustand

hierbei ist $dH/dt = 0$. Der zugeführte Wärmestrom \dot{Q}_H und die zugeführte Rührwerksleistung \dot{W} sind gleich der konvektiven Enthalpieänderung $\Delta \dot{Q}_{A,E}$ und dem Wärmeverlust \dot{Q}_V .

$$\dot{Q}_H + \dot{W} = \Delta \dot{H}_{A,E} + \dot{Q}_V \quad (\text{Gl. 2.8})$$

Werden Rührwerksleistung und Verlustleistung vernachlässigt, erhält man für die Heiz- oder Kühlleistung:

$$\dot{Q}_H \approx \Delta \dot{H}_{A,E} \quad (\text{Gl. 2.9})$$

□ Ein- und Austrittsventile geschlossen

hierbei ist $\Delta \dot{H}_{A,E} = 0$. Der zugeführte Wärmestrom \dot{Q}_H und die zugeführte Rührwerksleistung \dot{W} sind dann gleich der lokalen Enthalpieänderung dH/dt und dem Wärmeverlust.

$$\dot{Q}_H + \dot{W} = \frac{dH}{dt} + \dot{Q}_V \quad (\text{Gl. 2.10})$$

Setzt man für den Inhalt und die Stahlmassen gemäß der Benennung bei Gleichung 2.6 ein, erhält man:

$$\dot{Q}_H \approx (M_I \cdot c_I + M_S \cdot c_S) \cdot \frac{d\vartheta}{dt} \quad (\text{Gl. 2.11})$$

Vernachlässigt man abermals die Rühr- und Verlustleistung, erhält man:

$$\dot{Q}_H \approx \frac{dH}{dt} \quad (\text{Gl. 2.12})$$

Aufgabe 2.1

In einem Rührkessel mit einem Inhalt von $M_J = 800 \text{ kg}$ werden $\dot{M}_E = 1800 \text{ kg/h}$ Wasser zugegeben. Die Heizleistung beträgt $\dot{Q}_H = 60 \text{ kW}$ und die Stahlmasse $M_S = 400 \text{ kg}$. Wie groß ist:

- a) bei stationärem Betrieb die Austrittstemperatur des Wassers, wenn Wärmeverlust und Rührleistung vernachlässigt werden?
Die Eintrittstemperatur ist $\vartheta_E = 10 \text{ }^\circ\text{C}$;
- b) die Zeit, nach der der Inhalt anfangen würde zu verdampfen, wenn die Ventile geschlossen sind und die Rührwerksleistung $\dot{W} = 10 \text{ kW}$ beträgt? Die Heizleistung ist abgeschaltet, und die Verlustwärme kann vernachlässigt werden, der Behälter zur Atmosphäre hin offen und die Anfangstemperatur $\vartheta_1 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$.

Lösung

Zu a) Nach Gleichung 2.9: $\dot{Q}_H = \Delta \dot{H}_{A,E}$

Mit Gleichungen 2.4 und 2.5 erhält man:

$$\dot{Q}_H = \dot{M}_A \cdot c_A \cdot \vartheta_A - \dot{M}_E \cdot c_E \cdot \vartheta_E$$

Da die Massenströme gleich sind, kann man ansetzen:

$$\begin{aligned} \dot{M}_A &= \dot{M}_E = \dot{M} \\ \dot{Q}_H &= \dot{M} \cdot \bar{c}_{A,E} \cdot (\vartheta_A - \vartheta_E) \end{aligned}$$

Der Mittelwert der spezifischen Wärmekapazität muss durch Iteration bestimmt werden. Man kann jedoch in den meisten Fällen aus den Stoffwertabellen abschätzen, da sich dieser Wert oftmals nur geringfügig in Abhängigkeit von der Temperatur ändert.

Mit:

$$\bar{c}_{A,E} = 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

für Wasser gültig im Temperaturbereich zwischen 0 und $100 \text{ }^\circ\text{C}$ bei $p = 1 \text{ bar}$ erhält man:

$$\vartheta_A = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{M} \cdot \bar{c}_{A,E}} + \vartheta_E$$

Es ist insbesondere auf die Einheiten zu achten!

$$\dot{Q}_H = 60 \text{ kW} = 60\,000 \text{ W} = 60\,000 \text{ J/s}$$

$$\dot{M} = 1800 \text{ kg/h} = \frac{1800}{3600} = 0,5 \text{ kg/s}$$

$$\vartheta_A = \frac{60\,000}{0,5 \cdot 4180} + 10 = 28,7 + 10$$

$$\vartheta_A = 38,7 \text{ }^\circ\text{C}$$

Zu b) Nach Gleichung 2.10 mit $\dot{Q}_H = 0$ und $\dot{Q}_V = 0$ wird:

$$\dot{W} = \frac{dH}{dt}$$

analog der Gleichung 2.12 kann man schreiben:

$$\dot{W} = (M_J \cdot c_J + M_S \cdot c_S) \cdot \frac{d\vartheta}{dt}$$

Durch Trennung der Veränderlichen

$$dt = \frac{M_J \cdot c_J + M_S \cdot c_S}{\dot{W}} \cdot d\vartheta$$

und Integration

$$\int_0^t dt = \frac{M_J \cdot c_J + M_S \cdot c_S}{\dot{W}} \cdot \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} d\vartheta$$

erhält man:

$$t = \frac{M_J \cdot c_J + M_S \cdot c_S}{\dot{W}} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

$$\begin{aligned}
 M_j &= 800 \text{ kg} \\
 c_j &= 4180 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \\
 M_s &= 400 \text{ kg} \\
 c_s &= 470 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \\
 W &= 10 \text{ kW} = 10\,000 \text{ W} = 10\,000 \text{ J/s}
 \end{aligned}$$

Die Verdampfungstemperatur $\vartheta_2 = 100^\circ\text{C}$ bei $p = 1 \text{ bar}$.

$$t = \frac{800 \cdot 4180 + 400 \cdot 470}{10\,000} \cdot (100 - 10)$$

$$t = 3,18 \cdot 10^4 \text{ s}$$

$$t = 8,83 \text{ h}$$

2.2 Gebrauchsgleichungen zur Bestimmung der Wärmeleistung

□ Kontinuierliche Heizvorgänge ohne Änderung des Aggregatzustands

Hierunter fallen z.B. Wärmeaustauscher für Flüssigkeiten und Gase (Bild 2.3).

$$\dot{Q}_H = \dot{M} \cdot \bar{c}_{1,2} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) + \dot{Q}_V \quad (\text{Gl. 2.13})$$

oder mit dem Volumenstrom ($\dot{V} = \dot{M}/\rho$):

$$\dot{Q}_H = \dot{V} \cdot \rho_1 \cdot \bar{c}_{1,2} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) + \dot{Q}_V \quad (\text{Gl. 2.14})$$

Der Wärmeverlust kann überschlägig mit 5% der Heizleistung angenommen werden.

$$\dot{Q}_H \approx 1,05 \cdot \dot{V} \cdot \rho_1 \cdot \bar{c}_{1,2} \cdot \Delta\vartheta_{2,1} \quad (\text{Gl. 2.15})$$

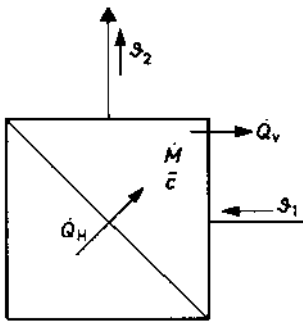


Bild 2.3 Wärmeaustauscher (kontinuierliche Heizung)

□ Kontinuierliche Heizvorgänge mit Änderung des Aggregatzustands

Hierunter fallen z.B. Verdampfer (Bild 2.4).

$$\dot{Q}_H \approx \dot{M} \cdot (h_2 - h_1) + \dot{Q}_V \quad (\text{Gl. 2.16})$$

Die Wärmeverluste können mit 10% der Heizleistung angenommen werden

$$\dot{Q}_H \approx 1,1 \cdot \dot{M} \cdot (h_2 - h_1) \quad (\text{Gl. 2.17})$$

Entspricht die Enthalpiedifferenz der Verdampfungsenthalpie Δh_v , dann gilt (mit $\Delta h = h'' - h'$):

$$\dot{Q}_H \approx 1,1 \cdot \dot{M} \cdot \Delta h_v \quad (\text{Gl. 2.18})$$

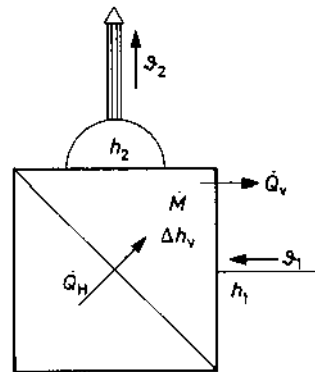


Bild 2.4 Dampferzeuger (kontinuierliche Heizung)

□ Diskontinuierliche Heizvorgänge

Hierunter fallen z. B. Rührwerksbehälter, Bäder, Pressen (Bild 2.5).

$$\dot{Q}_H = \frac{(M_I \cdot \bar{c}_I + M_S \cdot \bar{c}_S) \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)}{t} + \sum \dot{Q}_V - \dot{W} \quad (\text{Gl. 2.19})$$

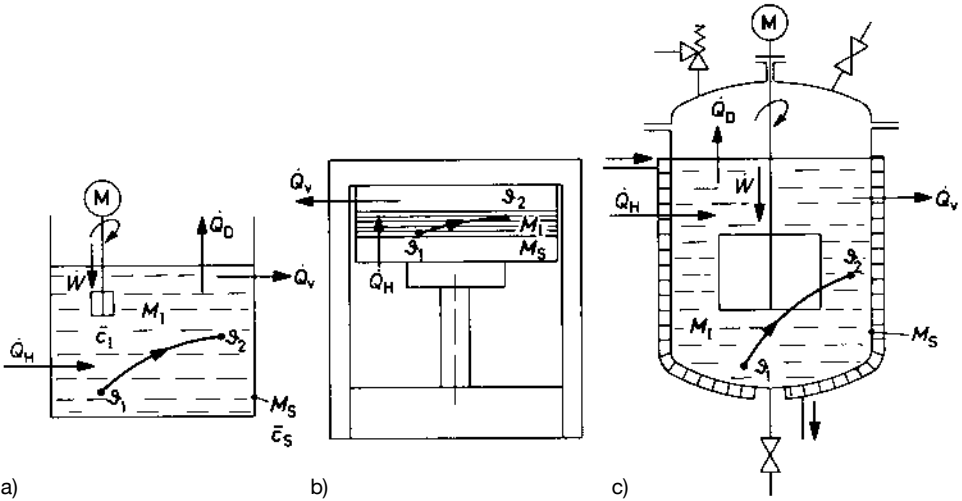


Bild 2.5 Diskontinuierliche Aufheizvorgänge in

- a) Bad
- b) Presse
- c) Rührkessel

3 Kennzahlen

Die an einem Ablauf beteiligten Einflussgrößen, die mit Einheiten behaftet sind, lassen sich in Form von **Potenzprodukten** von Kennzahlen zusammenfassen.

Die Kennzahlen selbst haben dann keine Einheit und sind somit auch in allen Maßsystemen gültig. Durch die Bildung von Kennzahlen wird die **Zahl der Veränderlichen** reduziert. Auch lässt sich jede Funktionsgleichung eines Systems hiermit in einer einheitlichen Funktion darstellen.

Die Ermittlung der Kennzahlen erfolgt dadurch, dass man die ablaufbestimmenden Größen gegenüberstellt und den sich daraus ergebenden Quotienten als Kennzahl definiert.

Konstante Größen (Zahlenwerte) können weggelassen werden. Geometrische Größen werden durch Längen ersetzt, Stoffkennwerte übernimmt man unverändert.

Basisgrößen		abgeleitete Größen	
Länge	L	Fläche	$A \sim L^2$
Zeit	t	Volumen	$V \sim L^3$
Temperatur	ϑ	Masse	$M = \rho \cdot V \sim \rho \cdot L^3$

Geschwindigkeit $w \sim \frac{L}{t}$

Beschleunigung $b = \frac{w}{t} \sim \frac{L}{t^2}$

Bei jeder Kennzahl müssen jedoch die kennzeichnenden Größen definiert werden. Es ist die charakteristische Länge einer bestimmten Körpergröße zuzuordnen. Auch muss die gleiche Definition für z.B. Geschwindigkeit und Stoffwerte beachtet werden.

Beschleunigte Bewegungsvorgänge (Kraftwirkungen) folgen grundsätzlich dem Newtonschen Grundgesetz:

$$F = M \cdot b$$

Die wichtigsten Kräfte

Trägheitskraft:

$$F_i = M \cdot b \sim \{\rho \cdot L^3\} \cdot \frac{L}{t^2} = \rho \cdot L^2 \cdot \left(\frac{L}{t}\right)^2$$

$$F_i \sim \rho \cdot L^2 \cdot w^2 \tag{Gl. 3.1}$$

Reibungskraft:

$$F_r = \tau \cdot A = \eta \cdot \frac{w}{L} \cdot A = \rho \cdot \nu \cdot \frac{w}{L} \cdot A$$

$$F_r \sim \rho \cdot \nu \cdot w \cdot L \tag{Gl. 3.2}$$

Gewichtskraft:

$$F_g = M \cdot g \sim \rho \cdot L^3 \cdot g \tag{Gl. 3.3}$$

Druckkraft:

$$F_p = p \cdot A \sim p \cdot L^2 \tag{Gl. 3.4}$$

Auftriebskraft:

$$F_A = V \cdot \Delta \rho \cdot g \sim L^3 \cdot \Delta \rho \cdot g \tag{Gl. 3.5}$$

3.1 Erzwungene Strömung

Die bestimmenden Kräfte sind Trägheitskraft sowie Reibungskraft. Das Verhältnis dieser beiden Kräfte ergibt dann aus Gleichungen 3.1 und 3.2:

$$\frac{F_i}{F_r} = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot w^2}{\rho \cdot \nu \cdot w \cdot L} = \frac{w \cdot L}{\nu}$$

Die entstehende Kennzahl nennt man:

$$Re = \frac{w \cdot L}{\nu} \quad \text{Reynolds-Zahl} \quad (\text{Gl. 3.6})$$

3.2 Freie Strömung

Die bestimmenden Kräfte sind Trägheitskraft sowie Gewichtskraft. Aus Gleichung 3.1 und 3.3 erhält man:

$$\frac{F_i}{F_g} = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot w^2}{\rho \cdot L^3 \cdot g} = \frac{w^2}{L \cdot g}$$

Als eigentliche Kennzahl wurde jedoch früher üblicherweise der Wurzelwert gewählt; man nennt diese Kennzahl:

$$Fr = \frac{w^2}{L \cdot g} \quad \text{Froude-Zahl} \quad (\text{Gl. 3.7})$$

3.3 Auftriebsströmung von Gasen

Die bestimmenden Kräfte sind Auftriebskraft und Trägheitskraft. Aus Gleichung 3.1 und Gleichung 3.5:

$$\frac{F_A}{F_i} = \frac{L^3 \cdot \Delta \rho \cdot g}{\rho \cdot L^2 \cdot w^2} = \frac{g \cdot L}{w^2} \cdot \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

Nach den Gasgesetzen gilt:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \beta_V \cdot \Delta \theta$$

Hierin ist β_V der Raumausdehnungskoeffizient. Die entstehende Kennzahl nennt man:

$$Ar = \frac{g \cdot L}{w^2} \cdot \beta_V \cdot \Delta \theta \quad \text{Archimedes-Zahl} \quad (\text{Gl. 3.8})$$

Aufgabe 3.1

Wie groß ist die Re -Zahl in einem durchströmten Rohr mit einem Innendurchmesser von $d_1 = 200$ mm. Der Volumenstrom ist $\dot{V} = 200$ m³/h, wobei einmal Wasser sowie alternativ Luft bei Atmosphärendruck und 20 °C die Leitung durchströmen soll.

Als charakteristische Länge soll der Rohrrinnendurchmesser und als charakteristische Geschwindigkeit die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Rohr gewählt werden.

Lösung

Die Basisgleichung für die Re -Zahl lautet nach Gleichung 3.6:

$$Re = \frac{w \cdot L}{\nu}$$

mit: $L = d_1$

$$\text{und: } w = \bar{w} = \frac{\dot{V}}{A}$$

erhält man:

$$Re = \frac{\bar{w} \cdot d_1}{\nu}$$

Mittlere Geschwindigkeit:

$$\bar{w} = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{200 \cdot 4}{3600 \cdot 0,2^2 \cdot \pi} = 1,77 \text{ m/s}$$

Stoffwerte bei 20 °C:

$$\text{Luft} \quad \nu = 15,11 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\text{Wasser} \quad \nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Damit lauten die Re -Zahlen für

Luft

$$Re = \frac{1,77 \cdot 0,2}{15,11} \cdot 10^6 = 2,3 \cdot 10^4$$

Wasser

$$Re = \frac{1,77 \cdot 0,2}{1} \cdot 10^6 = 3,54 \cdot 10^5$$

4 Wärmeübertragung, Wärmeaustausch

An dieser Stelle werden nochmals die wichtigsten Gleichungen aufgeführt. Ausführliche Darstellung und Ableitungen sowie Beispiele s. [4.1].

4.1 Wärmeleitung

Die Grundgleichung für die Wärmeleitung lautet nach dem Fourierschen Gesetz (Bild 4.1):

Fouriergleichung: $\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{d\vartheta}{dx}$

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{d\vartheta}{dx} \quad (\text{Gl. 4.1})$$

mit: λ = Wärmeleitfähigkeit (W/(m · K))
und für die Wärmestromdichte mit:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} \quad (\text{Gl. 4.2})$$

erhält man:

$$\dot{q} = -\lambda \cdot \frac{d\vartheta}{dx} \quad (\text{Gl. 4.3})$$

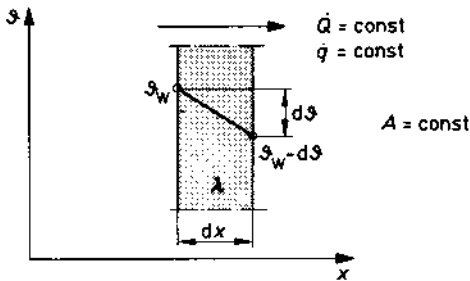


Bild 4.1 Grundgleichung für die Wärmeleitung in der ebenen Wand

Ebene Wand

Für die ebene Wand gilt (Bild 4.2):

$$\dot{Q} = \frac{\lambda}{s} \cdot A \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad (\text{Gl. 4.4})$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{\frac{s}{\lambda}} \cdot A \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2)$$

und für die mehrschichtige Wand (Bild 4.3):

$$\dot{Q} = \frac{A \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_3)}{\sum_{n=1}^n \frac{s_n}{\lambda_n}} \quad (\text{Gl. 4.5})$$

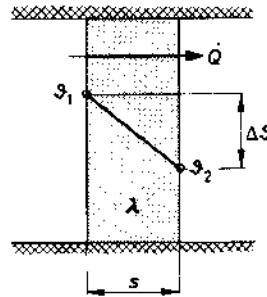


Bild 4.2 Temperaturverlauf in einer einschichtigen ebenen Wand

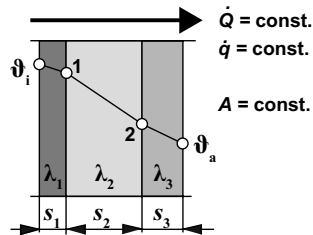


Bild 4.3 Wärmeleitung in der mehrschichtigen ebenen Wand

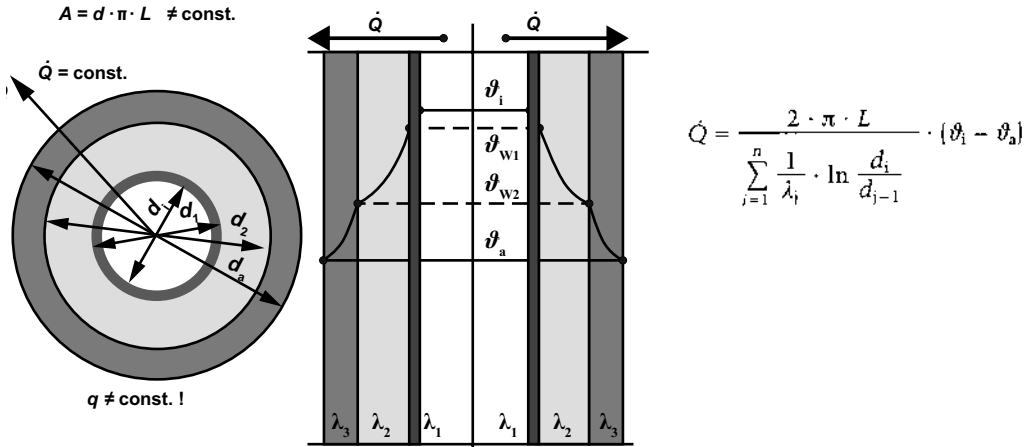


Bild 4.4 Wärmeleitung in mehrschichtigen Zylindern

Zylinder

Die Ableitung der Gleichung 4.1 ergibt [4.1] für den Zylinder:

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \{\vartheta_i - \vartheta_a\}}{\frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{d_a}{d_i}} \quad (\text{Gl. 4.6})$$

und für das mehrschichtige Kreisrohr (Bild 4.4):

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \{\vartheta_i - \vartheta_a\}}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{\lambda_j} \cdot \ln \frac{d_i}{d_{j-1}}} \quad (\text{Gl. 4.7})$$

gleichung 4.2 anwenden, wenn man als wärmeleitende Schicht die Temperaturgrenzschicht δ_ϑ der Strömung zugrunde legt (Bild 4.5):

$$\dot{Q} = \frac{\lambda_{Fl}}{\delta_\vartheta} \cdot A \cdot \{\vartheta_w - \vartheta_{Fl}\} \quad (\text{Gl. 4.8})$$

Der Proportionalitätsfaktor $\lambda_{Fl}/\delta_\vartheta$ wird als Wärmeübergangskoeffizient bezeichnet:

$$\alpha \equiv \frac{\lambda_{Fl}}{\delta_\vartheta} \quad (\text{Gl. 4.9})$$

4.2 Konvektion

Gleichung nach NEWTON

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A \cdot (\vartheta_w - \vartheta_{Fl})$$

mit: $\alpha = \left(\frac{\lambda_{Fl}}{\delta_\vartheta} \right)_{\text{Grenzschicht}}$

Auch hier lässt sich für den Wärmestrom \dot{Q} die Grundgleichung der ebenen Wand Gleichung 4.2 anwenden, wenn man als wärmeleitende Schicht die Temperaturgrenzschicht δ_ϑ der Strömung zugrunde legt (Bild 4.5):

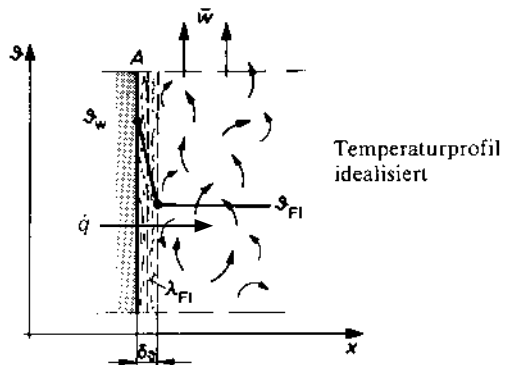


Bild 4.5 Wärmeübergang bei Konvektion in der thermischen Grenzschicht (heizen)

Damit erhält man den Wärmestrom bei der Konvektion:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad (\text{Gl. 4.10})$$

Um jedoch nicht jeweils die Grenzschichtdicke δ_ϑ bestimmen zu müssen, wird diese in eine dimensionslose Form umgewandelt und auf die kennzeichnende Körperabmessung des Fluids bezogen. Die sich ergebende Kennzahl bezeichnet man als **Nußelt-Zahl** Nu :

$$Nu_L = \frac{L}{\delta_\vartheta} \quad (\text{Gl. 4.11})$$

Damit die Grenzschichtdicke nicht mehr in der Bestimmungsgleichung erscheint, setzt man δ_ϑ aus Gleichung 4.9 in Gleichung 4.11 ein und erhält:

$$Nu_L = \frac{L \cdot \alpha}{\lambda_{\text{Fl}}} \quad (\text{Gl. 4.12})$$

und schließlich den Wärmeübergangskoeffizienten

$$\alpha = Nu_L \cdot \frac{\lambda_{\text{Fl}}}{L} \quad (\text{Gl. 4.13})$$

Als charakteristische Länge L wird eingesetzt bei:

□ Innenströmung

- a) Rohr $L = d_i$
 d_i = Rohrdurchmesser
 b) durchströmtes System $L = d_h$
 d_h = hydraulischer Durchmesser

$$\text{mit: } d_h = \frac{4 \cdot A}{U}$$

A Querschnittsfläche,
 U benetzter Umfang.

□ Außenströmung

- a) Platte $L = L$
 L = Plattenlänge

- b) umströmtes System $L = L'$
 L = Überströmlänge beim Rohr

$$L' = d_a \cdot \frac{\pi}{2}$$

bei der Kugel: $L' = d_a$

4.2.1 Nußelt-Zahlen für die wichtigsten Anwendungen

Die Stoffwerte sind auf die mittlere Fluidtemperatur

$$\vartheta_m = \frac{\vartheta_E + \vartheta_A}{2} \quad (\text{Gl. 4.14})$$

zu beziehen.

□ Innenströmung

für die turbulente Rohrinnenströmung gilt:

$$Nu_{d, \text{turb}} \approx \frac{\zeta/8 \cdot Re_d \cdot Pr}{1 + 12,7 \cdot \sqrt{\zeta/8} \cdot (Pr^{2/3} - 1)} \cdot \left(1 + \left(\frac{d_i}{L}\right)^{2/3}\right) \cdot f \quad (\text{Gl. 4.15})$$

mit:

$$f = \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0,11} \quad \text{für Flüssigkeiten} \quad (\text{Gl. 4.16})$$

und

$$f = \left(\frac{T}{T_w}\right)^{0,45} \quad \text{für Gase} \quad (\text{Gl. 4.16a})$$

ζ ist hier der Rohrreibungsbeiwert und beträgt für glatte Rohre:

$$\zeta = \frac{1}{(1,8 \log Re_d - 1,5)^2} \quad (\text{Gl. 4.17})$$

Gültigkeitsbereich:

$$10^4 < Re_d < 10^6$$

$$L \geq d_i$$

$$0,6 < Pr < 1000$$

$$0,1 < \frac{Pr}{Pr_w} < 10$$

$$0,5 < \frac{T}{T_w} < 1,5$$

Als Näherungsgleichung kann man auch folgenden Ansatz verwenden, wobei jedoch der Gültigkeitsbereich eingeschränkt wurde:

$$Nu_{d, \text{turb}} \approx 0,0235 \cdot Re_d^{0,8} \cdot Pr^{0,48} \cdot f \quad (\text{Gl. 4.18})$$

Gültigkeitsbereich

$$10^4 < Re_d < 10^6$$

$$L > 50 \cdot d_i$$

$$0,6 < Pr < 50$$

Bei nicht zu großen Temperaturunterschieden in der Grenzschicht kann noch zusätzlich der Faktor f für die Richtung des Wärmestromes vernachlässigt werden. Es gilt:

$$Nu_{d, \text{turb}} \approx 0,0235 \cdot Re_d^{0,8} \cdot Pr^{0,48} \quad (\text{Gl. 4.19})$$

□ **Außenströmung**

Plattenströmung

Laminare Plattenströmung: $Re_L \leq 3 \cdot 10^5$

$$Nu_{L, \text{lam}} = 0,664 \cdot \sqrt{Re_L} \cdot \sqrt[3]{Pr} \cdot f_1 \quad (\text{Gl. 4.20})$$

Turbulente Plattenströmung: $Re_L > 3 \cdot 10^5$

$$Nu_{L, \text{turb}} = \frac{0,037 \cdot Re_L^{0,8} \cdot Pr}{1 + \frac{2,443}{Re_L^{0,1}} \cdot \{Pr^{2/3} - 1\}} \cdot f_1 \quad (\text{Gl. 4.21})$$

mit

$$f_1 = \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0,25} \quad \text{für Flüssigkeiten} \quad (\text{Gl. 4.22})$$

$$f_1 = 1 \quad \text{für Gase} \quad (\text{Gl. 4.23})$$

Gültigkeitsbereich:

$$Re_{L, \text{max}} \leq 10^7$$

$$0,6 < Pr < 2000$$

$$0,5 < \frac{Pr}{Pr_w} < 500$$

Als Näherungsgleichung kann man für den wichtigen turbulenten Bereich verwenden:

$$Nu_{L, \text{turb}} \approx 0,037 \cdot Re_L^{0,8} \cdot Pr^{0,48} \quad (\text{Gl. 4.24})$$

Gültigkeitsbereich:

$$3 \cdot 10^5 < Re_L < 10^7$$

$$0,6 < Pr < 100$$

Bei **stumpfer Vorderkante** muss man mit einer erhöhten Turbulenz rechnen; es überlagern sich die beiden Gleichungen zu:

$$Nu_L = \sqrt{Nu_{L, \text{lam}}^2 + Nu_{L, \text{turb}}^2} \quad (\text{Gl. 4.25})$$

Querangeströmte Zylinder

Hier gelten auch die Grundgleichungen 4.20 und 4.21 der Plattenströmung, wobei jedoch für $L = L' = d_a \cdot \pi/2$ einzusetzen ist mit:

$$Re_L = Re_{L'} = \frac{w_0 \cdot L'}{\nu} \quad (\text{Gl. 4.26})$$

Bedingt durch die Rohranströmung muss grundsätzlich mit «stumpfer Vorderkante» gerechnet werden. Es ergibt sich die Nußelt-Zahl:

$$Nu_{L'} = \{0,3 + \sqrt{Nu_{L', \text{lam}}^2 + Nu_{L', \text{turb}}^2}\} \cdot f_2 \quad (\text{Gl. 4.27})$$

Gültigkeitsbereich:

$$1 < Re_L < 10^7$$

$$0,6 < Pr < 1000$$

mit:

$$f_2 = \left(\frac{Pr}{Pr_w} \right)^n$$

für Flüssigkeiten:

$$n = 0,25 \text{ beim Heizen}$$

$$n = 0,11 \text{ beim Kühlen}$$

$$f_2 = \left(\frac{T}{T_w} \right)^{0,12} \text{ für Gase}$$

Als Näherungsgleichung kann verwendet werden mit eingeschränktem Gültigkeitsbereich:

$$Nu_L \approx 0,185 \cdot Re_L^{0,67} \cdot Pr^{0,4} \quad (\text{Gl. 4.28})$$

Gültigkeitsbereich:

$$10^3 < Re_L < 10^5$$

$$0,6 < Pr < 100$$

Rohrreihen und Rohrbündel

Bei Rohrreihen und Rohrbündeln erhöht sich der Wärmeübergangskoeffizient (s. Kapitel 5) gegenüber dem Einzelrohr. Als wirksame Geschwindigkeit w' ist hierbei die Geschwindigkeit im Hohlraum einzusetzen

$$w' = \frac{w_0}{\psi} \quad (\text{Gl. 4.29})$$

Der Hohlraumanteil ψ kann aus Bild 4.6a entnommen werden. Die Re -Zahl lautet dann:

$$Re_L = \frac{w' \cdot L'}{\nu} \quad (\text{Gl. 4.30})$$

und die Nußelt-Zahl kann aus Gl. 4.27 ermittelt werden. Bei **Rohrbündeln** muss noch zusätzlich ein Rohranordnungsfaktor f_A berücksichtigt werden. Dieser Faktor lautet (gültig für mehr als 10 Rohrreihen):

– fluchtende Anordnung:

$$f_{A, \text{fl}} = 1 + \frac{0,7 \cdot \left(\frac{b}{a} - 0,3 \right)}{\psi^{1,5} \cdot \left(\frac{b}{a} + 0,7 \right)^2} \quad (\text{Gl. 4.31})$$

– versetzte Anordnung:

$$f_{A, \text{vers}} = 1 + \frac{2}{3 \cdot b} \quad (\text{Gl. 4.32})$$

Der Gültigkeitsbereich der Gl. 4.27 bei der Anwendung für Rohrreihen und Rohrbündel ist für die Re_L -Zahl auf > 10 begrenzt ($10 < Re_L < 10^7$). Gl. 4.28 gilt jedoch weiter als Näherungslösung.

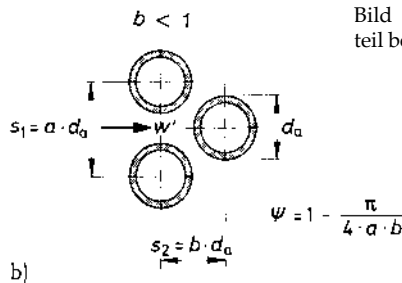
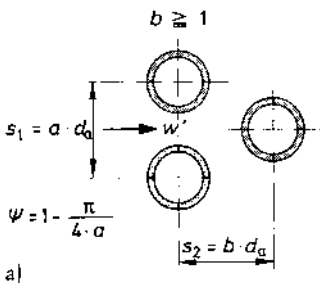


Bild 4.6 a und b Hohlraumanteil bei querangeströmten Rohren

Aufgabe 4.1

Für Abluft mit einer mittleren Temperatur $\vartheta_m = 250\text{ °C}$ soll der Wärmeübergangskoeffizient α an ein Einzelrohr berechnet werden.

Daten: Rohraußendurchmesser
 $d_a = 60,3\text{ mm}$
 Anströmgeschwindigkeit
 $w_0 = 11,5\text{ m/s}$

Die Richtung des Wärmestromes kann vernachlässigt werden.

Lösung

Die erforderlichen Stoffdaten der Luft bei $\vartheta_m = 250\text{ °C}$ sind:

Kinematische Viskosität $\nu = 41,17 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$
 Prandtlzahl $Pr = 0,68$
 Wärmeleitfähigkeit $\lambda = 0,0421\text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

Die Überstromlänge als charakteristische Abmessung beträgt:

$$L' = d_a \cdot \frac{\pi}{2} = 60,3 \cdot \frac{\pi}{2} = 94,72\text{ mm}$$

Die Re -Zahl berechnet man:

$$Re_{L'} = \frac{w_0 \cdot L'}{\nu} = \frac{11,5 \cdot 94,72}{10^{-3} \cdot 41,17} \cdot 10^6 = 26\,460$$

Nu -Zahl für laminare Strömung:

$$Nu_{L',lam} = 0,664 \cdot \sqrt{Re_{L'}} \cdot \sqrt[3]{Pr} = 0,664 \cdot \sqrt{26\,460} \cdot \sqrt[3]{0,68} = 94,98$$

Nu -Zahl für turbulente Strömung:

$$Nu_{L',turb} = \frac{0,037 \cdot Re_{L'}^{0,8} \cdot Pr}{1 + \frac{2,443}{Re_{L'}^{0,1}} \cdot (Pr^{2/3} - 1)} = \frac{0,037 \cdot 26\,460^{0,8} \cdot 0,68}{1 + \frac{2,443}{26\,460^{0,1}} \cdot (0,68^{2/3} - 1)} = 108,6$$

Damit erhält man für das quer angeströmte Rohr:

$$Nu_{L'} = 0,3 + \sqrt{Nu_{L',lam}^2 + Nu_{L',turb}^2} = 0,3 + \sqrt{94,98^2 + 108,6^2} = 144,5$$

der gesuchte Wärmeübergangskoeffizient beträgt hiermit:

$$\alpha = Nu_{L'} \cdot \frac{\lambda}{L'} = 144,5 \cdot \frac{0,0421}{94,72} \cdot 10^3 = 64,23\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

Mit der Näherungsgleichung 4.28 erhält man:

$$Nu_{L'} \approx 0,185 \cdot Re_{L'}^{0,67} \cdot Pr^{0,4} = 0,185 \cdot 26\,460^{0,67} \cdot 0,68^{0,4}$$

$$Nu_{L'} = 145,6$$

und damit

$$\alpha = 64,72\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

4.3 Kondensation

Die Wärmeübergangskoeffizienten bei Kondensation und Verdampfung liegen üblicherweise so hoch, dass diese den Wärmestrom nicht wesentlich beeinflussen. Die Werte liegen bei $\alpha = 1000$ bis $10\,000\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$.

Speziell für Rohrbündel-Kondensatoren kann bei Annahme einer laminaren »Flüssigkeitshaut« der α -Wert bestimmt werden aus:

$$\alpha = \frac{0,725}{n^{1/6}} \cdot \sqrt[4]{\frac{q_1 \cdot g \cdot \lambda_1^3 \cdot \Delta h_v}{\nu_1 \cdot (\vartheta_s - \vartheta_w) \cdot d_a}} \quad (\text{Gl. 4.33})$$

mit:

ϑ_s Siedetemperatur

ϑ_w Wandtemperatur

Index 1 bedeutet, Stoffwerte beziehen sich auf die mittlere Kondensattemperatur mit:

n Anzahl der übereinander liegenden Rohre,

Δh_v Kondensationsenthalpie; bei überhitztem Dampf gilt:

$$\Delta h = c_p \cdot (\vartheta_{\ddot{u}} - \vartheta_s) + \Delta h_v$$